

Roman J. Kadaj

OBLICZENIE SIECI GPS W PROGRAMACH

GEONET[®] w wersji w/2002/2.0

www.geonet.net.pl, ALGORES-SOFT, 2002-10-14

Ogólnie informacje o module GPS w systemie GEONET

System **GEONET w wersji w/2002/2.0** umożliwia kompletne opracowanie numeryczne osnów geodezyjnych mierzonych techniką GPS, w tym także sieci złożonych zarówno z obserwacji klasycznych (np. kątów, kierunków, długości) jak też wektorów GPS (sieci zintegrowane). W wersji dystrybucyjnej programów **maksymalne liczebności zbiorów** danych mogą być następujące:

- 10 000 punktów,
- 30 000 wektorów GPS,
- 50 000 długości,
- 200 000 kątów.

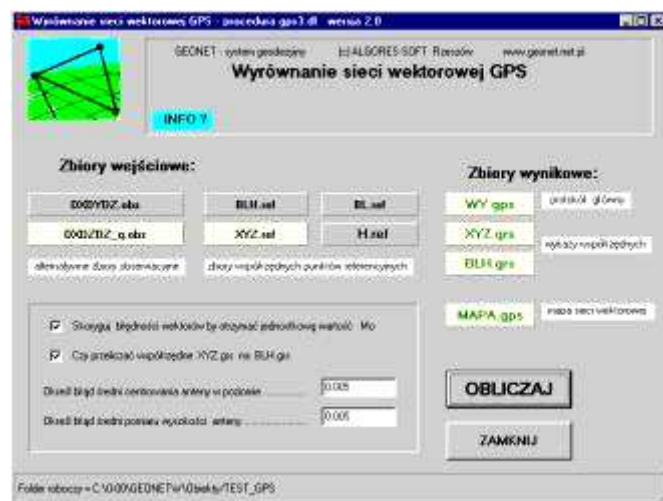
Możliwości programów mogą być specjalnie zwiększone, zależnie od potrzeb i parametrów komputera (wielkości dyspozycyjnej RAM).

Moduł opracowania sieci GPS lub tzw. sieci zintegrowanej, zawierającej różne rodzaje obserwacji (GPS+klasyczne) obejmuje w szczególności następujące zadania:

- Konwersja plików post-processingu na zbiory wejściowe GEONET (w wersji dystrybucyjnej dołączony jest program do konwersji plików formatu ASHTECH / LINECOMP Inc.).
- Wstępna kontrola układu wektorów, poprzez sprawdzenie zamknięć obwodów (trójkątów).
- Wyrównanie sieci wektorowej GPS (o dowolnej strukturze nawiązań - **XYZ, BLH, BL, H** - lub jako sieci swobodnej).
- Transformacje sieci do układów kartograficznych (realizowane w programie **GEONET_unitrans**).
- Transformacje wysokości geometrycznych (elipsoidalnych) na wysokości normalne w oparciu o punkty dostosowania .
- Transformacja wysokości elipsoidalnych na normalne przy wykorzystaniu numerycznego modelu geoidy niwelacyjnej.
- Wyznaczenie wysokości normalnych poprzez wyrównanie niwelacji satelitarnej.
- Rzutowanie wektorów GPS na elipsoidę i wyrównanie dwuwymiarowych sieci zintegrowanych.

Wszystkie realizowane zadania wyrównawcze sieci pozwalają na weryfikację dopuszczalności odchyłek obserwacji (składowych wektorów GPS lub miar obserwacji klasycznych) oraz poprawności wagowania różnych grup obserwacji (poprzez wyznaczenie cząstkowych estymat błędu średniego jednostkowego). Opcjonalnie umożliwiają automatyczną korektę takich założeń. W ostatnich latach system GEONET, w omawianym zakresie, był użyty do opracowania wielu osnów szczegółowych na obszarze całego Kraju.

Okienka głównych programów modułu GPS:



Program wyrównania sieci wektorowych GPS

uwzględnia różne struktury danych i nawiązań. Oprócz parametrów dokładnościowych wektorów uwzględnia, zgodnie z wymogami Instrukcji G-2, błędy średnie centrowania i pomiaru wysokości anten.

Opcjonalnie pozwala na korektę początkowych charakterystyk dokładnościowych (macierzy kowariancyjnych wektorów, nie uwzględniających wszystkich wpływów zewnętrznych), prowadzącą do uzyskania jednostkowej wartości Mo. Kontrolą niezawodności sieci jest „mapa sieci”, określająca dla każdego punktu:

- ilość niezależnych wektorów wyznaczających (ilość „incydencji” - wymagane minimum 2 – dla osnowy klasy III, 3 – dla klasy II),
- numery wszystkich punktów incydentnych z danym punktem sieci.

Obok protokołu głównego, otrzymujemy:

- wykaz współrzędnych geocentrycznych **XYZ**
- wykaz współrzędnych geodezyjnych **BLH** wraz z błędami średnimi wyznaczeń. Błędy średnie współrzędnych B, L są przeliczone na małe długości łuków południka i równoleżnika.



Program przelicza wektory GPS na odpowiadające im wektory biegunowe linii geodezyjnych na elipsoidzie (długość linii, azymut początkowy). Równocześnie transformuje odpowiadające charakterystyki dokładnościowe wektorów.

W wyniku tworzy zbiory pseudo-observacji (długości, kierunki, azymuty), które mogą być dołączone do zbiorów obserwacji klasycznych, a następnie poddane łącznemu wyrównaniu. Operator określa rodzaj elipsoidy, na którą mają być rzutowane wektory: KRASOWSKIEGO, WGS-84(GRS-80) lub według odrębnej definicji.

Zależy to od układu docelowego, w którym ma być opracowywana sieć, np:

- dla „1942”, „1965” - KRASOWSKIEGO
- dla „2000”, „1992”, UTM, PUK200 - elipsoida WGS-84 (GRS-80).

Oczywiście, wyrównanie sieci może być zrealizowane wprost na elipsoidzie. Warto zauważyć, że po „rzutowaniu” sieci do jakiegokolwiek systemu dwuwymiarowego (w odwzorowaniu kartograficznym lub na elipsoidzie) eliminujemy ewentualne błędy w pomiarze wysokości anten lub w danych wysokościach nawiazawczych.

Zarys metodologiczny

W literaturze i praktyce można dostrzec generalnie **dwie metodologie** (ogólne zasady) ścisłych wyrównań sieci geodezyjnych z obserwacjami GPS. Są one zależne od wyboru przestrzeni matematycznej, w której chcemy realizować proces wyrównania. Omówimy je pokrótce.

A. Wyrównanie sieci w trójwymiarowym układzie kartezjańskim – geocentrycznym XYZ elipsoidy GRS-80(WGS-84) .

W tej metodzie wektory GPS (DX, DY, DZ) stają się bezpośrednio wyrównywanymi obserwacjami. Wyrównanie sieci złożonej wyłącznie z wektorów GPS jest łatwo programowalne jako liniowe zadanie metody najmniejszych kwadratów. Stanowi ono jedną z procedur modułu GPS w systemie GEONET. Gdybyśmy zechcieli do takiego układu wektorów dołączyć jeszcze obserwacje klasyczne (np. kąty lub kierunki poziome, kąty zenitalne-topocentryczne, długości poziome lub skośne, różnice wysokości normalnych), przy znajomości lokalnego przebiegu geoidy, musielibyśmy miary tych obserwacji wyrazić również w rozważanej przestrzeni kartezjańskiej, czyli w funkcji współrzędnych geocentrycznych X, Y, Z . Wprawdzie takie postępowanie jest w pełni zdefiniowane i możliwe do zastosowania, ale ze względu na pewne wady praktyczne, w programach systemu GEONET preferujemy rozwiązanie inne, opisane dalej pod punktem B.

Kilka uwag bieżących:

- Często mamy do czynienia z sytuacją, gdy sieć GPS jest klasy wyższej (np. II) niż sieć złożona z obserwacji klasycznych (np. klasy III). Wtedy, zgodnie z przepisami technicznymi, sieć klasy wyższej, wyrównujemy niezależnie (np. metodą A). Staje się ona oparciem dla sieci klasy niższej, a więc wyrównywanej przy założeniu stałości punktów nawiazania. Natomiast, jeśli wszystkie obserwacje odnoszą się do jednej i tej samej klasy sieci (np. klasy III), wówczas – jak już wspomnieliśmy – stosujemy formalnie opisaną dalej metodą B. Możemy jednak rozważyć przy tej okazji uproszczone postępowanie dwuetapowe polegające na tym, że samą podsieć GPS wyrównuje się najpierw tak jak sieć klasy wyższej, transformując ją do układu odwzorowawczego. Następnie wyrównuje się podsieć z obserwacjami klasycznymi włączając do niej wyznaczone uprzednio w podsieci GPS punkty, ale nie jako stałe, lecz z określoną błędnością nawiazania. W ten sposób realizuje się niejako postulat wyrównania jednoczesnego (punkty podsieci GPS podlegają powtórnemu wyznaczeniu – korekcji współrzędnych). Jakkolwiek postępowanie takie ma charakter uproszczonego, to w wielu sytuacjach praktycznych jest w pełni uzasadnione, zważywszy, że zachodzi istotna różnica dokładności względnych obu rodzajów pomiarów (długie wektory GPS i krótkie boki sieci klasycznej przy porównywalnym błędzie bezwzględnym pomiaru). Efekt uproszczenia może być więc zaniedbywalny w stosunku do relacji jakościowych. Nie bez znaczenia jest przy tym znaczący efekt niezawodności układu.
- W niektórych publikacjach proponuje się przeliczać wektory GPS (DX, DY, DZ) na wektory różnic współrzędnych geodezyjnych (dB, dL, dH), które poddaje się wyrównaniu. Należy przestrzec przed istotnymi wadami takiego podejścia. Ten drugi wektor, w przeciwieństwie do wektora kartezjańskiego, jest zależny od translacji układu. Jeśli więc wektor GPS nie jest precyzyjnie umiejscowiony (ma to miejsce w sytuacjach typowych) to wektor (dB, dL, dH) będzie obciążony błędem systematycznym, tym większym im większy jest błąd punktu referencyjnego dla danej sesji obserwacyjnej. Zamiast więc upraszczać problem możemy spowodować jego zbędną komplikację.

B. Wyrównanie sieci w układzie dwu - i jednowymiarowym jako płasko - wysokościowej.

W tej metodzie trójwymiarowe wektory GPS (DX, DY, DZ) zostają przekształcone dla zadanej elipsoidy (KRASOWSKIEGO, GRS-80 (WGS-84) lub wg parametrów definicyjnych) w wektory linii geodezyjnych (s, A) oraz różnice wysokości elipsoidalnych dh , przy czym s oznacza długość linii geodezyjnej (geodetyki), A - azymut początkowy tej linii, dh – różnica wysokości elipsoidalnych. Z różnic azymutów geodezyjnych wychodzących z tego samego punktu możemy utworzyć również pseudo-observacje kierunkowe lub kątowe. Do zbiorów pseudo-observacji na elipsoidzie (długości, azymutów, kierunków lub kątów) możemy dołączyć zbiory obserwacji klasycznych tworząc zintegrowaną sieć dwuwymiarową (poziomą). Sieć taka może być wyrównana zarówno bezpośrednio na elipsoidzie jak też w określonym układzie odwzorowawczym. Różnice wysokości elipsoidalnych tworzą z kolei sieć wysokościową podlegającą odrębnemu wyrównaniu oraz transformacji do systemu wysokości normalnych. Przekształcenie sieci trójwymiarowej na dwuwymiarową (w szczególności – płaską) i jednowymiarową (wysokościową) ma tę zaletę, że ewentualne błędy, popełnione w trzecim wymiarze (np. w pomiarze wysokości anteny lub w wysokości punktu nawiązania) nie rzutują na wyrównanie sieci dwuwymiarowej (płaskiej). Opisana metoda jest dostępna w programach GEONET. Można ją zastosować, zarówno do samej sieci wektorowej GPS jak też do sieci „mieszanych” (zintegrowanych, hybrydowych).

Uwagi bieżące:

- Przy wyrównaniu sieci w układzie kartograficznym związanym z nową elipsoidą GRS-80(WGS-84), czyli na przykład w „1992”, „2000”, UTM, długości i azymuty linii geodezyjnych jako pseudo-observacje powstałe z wektorów GPS możemy łączyć wprost z obserwacjami klasycznymi (wszystkie podlegają oczywiście odpowiednim redukcjom odwzorowawczym), przy założeniu punktów nawiązania przeliczonych matematycznie z bazy osnów układu ETRF'89. Taka procedura nie jest jednak zupełnie poprawna przy wyrównaniu sieci w układach dawnych („1965”, „1942”). Wynika to z faktu, że współrzędne punktów nawiązania w tych układach są obciążone na ogół istotną błędnością (nie odpowiadają dokładnie przeliczeniom współrzędnych analogicznych punktów z układu ETRF'89). Faktyczna (empiryczna) realizacja układu „1965” „utrwalona” w bazie osnów tego układu, powoduje równocześnie lokalne zmiany konwergencji (zbieżności południków). Z tego właśnie powodu przy komponowaniu zbiorów obserwacyjnych sieci, przy warunku „sztywnych” nawiązań do lokalnej osnowy wyższego rzędu w układzie „1965”, nie powinniśmy używać azymutów geodezyjnych lecz pseudo-observacji pochodnych, tj. kątów lub kierunków (niezależnych od rzeczywistej, lokalnej zmiany konwergencji). Alternatywnym sposobem może być jednak rozwiązanie dwuetapowe, polegające na tym, że najpierw stosuje się wyrównanie swobodne sieci (wtedy można posłużyć się azymutami), a następnie dokonuje się transformacji (HELMERTA) w oparciu o zadane punkty dostosowania. Sposób alternatywny wymaga jednak, by sieć swobodna cechowała się dostateczną niezawodnością (niekiedy czyni temu warunkowi zadość dopiero z punktami nawiązania). Wszystkie omówione sposoby postępowania są dostępne w procedurach systemu GEONET.
- Nawet jeśli istotnym celem finalnym zadania jest wyznaczenie współrzędnych w układzie „1965”, najbardziej racjonalnym podejściem wydaje się przeprowadzenie wyrównania obserwacji w układzie „1992” lub „2000” (przejście do układu „1965” powinno być wtedy tylko zadaniem transformacyjnym). W takim podejściu, po pierwsze, mamy gwarancję lepszego jakościowo (na ogół) nawiązania; po wtóre, zasilamy bezpośrednio nową bazę osnów w układzie odniesienia ETRF'89 (bez problemów otrzymujemy pełnowartościowe współrzędne geodezyjne B, L, H). Niestety, wiele realizowanych projektów osnów III klasy skupia się głównie na wyrównaniach sieci w układzie „1965” lub lokalnych, wytracając niekiedy cenniejsze informacje pozwalające na wzbogacenie bazy osnów nowego systemu odniesień przestrzennych.

Omówioną klasyfikację metod ujmuje „z grubsza” następujący schemat:

OGÓLNA METODA	Wyrównanie obserwacji	
	tylko wektory GPS	GPS + klasyczne (sieci zintegrowane)
A (3D)	jednoczesne w 3D	dwurzędowe (dwuetapowe)
B (2D)+(1D)	jednoczesne w 2D -,,- (H)	jednoczesne w 2D -,,- (H)

Teraz nieco więcej o poszczególnych metodach:

METODA A - Wyrównanie sieci GPS w kartezjańskim układzie geocentrycznym elipsoidy GRS-80 (WGS-84) i jej transformacja do układu kartograficznego.

Kompletne opracowanie numeryczne osnowy geodezyjnej w oparciu o sieć wektorową GPS składa się z następujących etapów:

- A1 Przygotowanie danych (konwersja plików postprocessingu na standardowe pliki wejściowe w systemie GEONET oraz przygotowanie wykazu współrzędnych punktów nawiązania)**
- A2 Wyrównanie sieci GPS w układzie kartezjańskim XYZ elipsoidy GRS-80(WGS-84), na co składa się:**
 - A21. kontrolne wyrównanie pseudo-swobodne sieci**
 - A22. wyrównanie nawiązane w systemie ETRF'89**
- A3 Transformacja współrzędnych do układu kartograficznego**
- A4 Transformacja wysokości elipsoidalnych na normalne**

ZADANIE A1: Przygotowanie danych.

Celem zadania jest utworzenie potrzebnych plików wsadowych, przy czym część z nich będzie tworzona automatycznie z „przetłumaczenia” oryginalnych plików postprocessingu obserwacyjnego GPS.

Podstawowy plik obserwacyjny

Nazwa standardowa	Objaśnienie - treść rekordu wierszowego
dxdydz.obs	Wykaz pomierzonych wektorów (numery punktów, składowe wektora, błędy średnie) nr(i) nr(j) DX DY DZ mx my mz
dxdydz_q.obs	Zbiór alternatywny do poprzedniego zawierający zamiast błędów średnich, 6 elementów macierzy kowariancyjnej wektora: nr(i) nr(j) DX DY DZ Q ₁₁ Q ₁₂ Q ₁₃ Q ₂₂ Q ₂₃ Q ₃₃ (plik pozyskiwany standardowo z konwersji plików postprocessingu formatu ASHTECH /LINECOMP Inc. - pierwsze zadanie z menu GEONET- GPS)

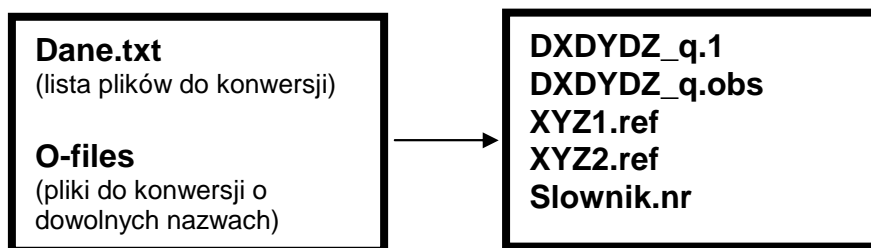
**Pliki z wykazami współrzędnych punktów nawiązania
w układzie elipsoidalnym (różne alternatywy)**

XYZ.ref	Wykaz współrzędnych kartezjańskich-geocentrycznych punktów nawiązania sieci (jeśli takie istnieją): Nr X Y Z
BLH.ref	Alternatywny do poprzedniego plik z wykazem pełnych współrzędnych geograficznych-geodezyjnych B, L (w stopniach, minutach i sekundach) wraz z wysokością elipsoidalną H w metrach. Nr B° B' B'' L° L' L'' H
BL.ref	Dodatkowy plik zawierający jedynie współrzędne elipsoidalne B, L (w stopniach, minutach, sekundach)
H.ref	Dodatkowy plik zawierający jedynie wysokości elipsoidalne : Nr H Plik może mieć zastosowanie na przykład wtedy, gdy punkt posiada już wprawdzie współrzędne B,L ale wymagamy, by zostały one wyznaczone powtórnie przy niezmienności wysokości H.

Pliki z wykazami współrzędnych kartograficznych (np. „1965”, „1942”, „1992”, „2000”, UTM) i wysokości normalnych (różne alternatywy)

xyh.sta	Plik standardowy w systemie GEONET/w z wykazem współrzędnych płaskich i wysokości (normalnych): Nr x y h
xy.sta	Plik standardowy w systemie GEONET/w z wykazem współrzędnych płaskich punktów nawiązania
h.sta	Plik standardowy w systemie GEONET/w z wykazem wysokości (normalnych) punktów nawiązania

Konwersję plików postprocessingu wykonuje się zgodnie z zasadami opisanymi w dokumentacji systemu GEONET. Przykładowo, przy konwersji plików ASHTECH / LINECOMP Inc. dokonuje się następujące przetwarzanie danych:



Pliki **dxdydz_q.1**, **xyz1.ref**, **xyz2.ref**, **słownik.nr** mają charakter pomocniczy (przejściowy). Plik **dxdydz_q.1** zawiera oryginalne numery punktów, które mogą mieć postać alfanumeryczną, natomiast plik **dxdydz_q.obs** – stanowi już plik wejściowy do dalszych obliczeń. **Słownik.nr** zawiera informacje o konwersji numerów. Plik **xyz1.ref** (po konwersji numerów zgodnie ze słownikiem: **xyz2.ref**) jest wykazem przybliżonych współrzędnych geocentrycznych wszystkich punktów, pozyskanych jako informacja dodatkowa z protokołów post-processingu). Współrzędne te wyznaczone w trybie pozycjonowania bezwzględnego są obarczone na ogół znacznym, od kilku – do kilkudziesięciometrowym błędem. Dlatego nie będą mieć one zastosowania jako istotne informacje metryczne (pozycyjne). Pojedynczy punkt pozyskany w ten sposób może posłużyć jedynie do realizacji wyrównania pseudo-swobodnego sieci GPS (por. zadanie A21). Pełni on wówczas rolę punktu zaczepienia sieci, poddanej kontrolnemu wyrównaniu wewnętrznemu. Potrzebny do tego celu, pojedynczy punkt referencyjny pobrany z pliku **xyz2.ref** kopiujemy do pliku **xyz.ref**.

Inne, istotne uwagi dotyczące danych:

Punkty wymienione w plikach **XYZ.ref** lub (ewentualnie) **BLH.ref**, **BL.ref**, **H.ref**, nie muszą się pokrywać z punktami nawiazania w układzie kartograficznym, czyli z punktami wyszczególnionymi w plikach: **xyh.sta**, **xy.sta**, **h.sta**. W szczególności może zachodzić sytuacja, gdy dane są jedynie punkty nawiazania w układzie kartograficznym, natomiast w układzie globalnym korzystamy z wyrównania swobodnego (pseudo-swobodnego). Jakkolwiek brak dokładnych danych pozycyjnych w układzie globalnym nie stoi na przeszkodzie aby uzyskać na drodze transformacji poprawne współrzędne kartograficzne (np. w układzie „1965”), to należy wspomnieć, że nie zachowamy wtedy odpowiednio dokładnych współrzędnych geograficznych – geodezyjnych lecz tylko ich wartości przybliżone wynikające z przestrzennego przesunięcia sieci o niewiadomy wektor (różnice tych współrzędnych są oczywiście „dokładne”).

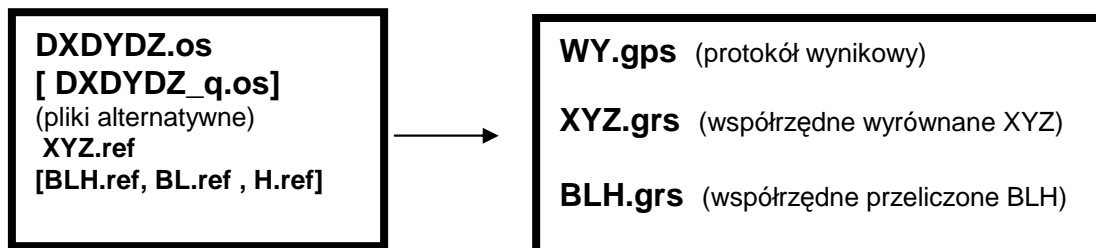
ZADANIE A2:

Wyrównanie sieci GPS w układzie kartezyjskim-geocentrycznym

Zadanie to jest realizowane w systemie GEONET lub GEONET_unitrans z menu GPS. To, czy jest to tylko **wyrównanie swobodne** (pseudo-swobodne) – zadanie A21, czy też w pełni nawiazane – zadanie A22, zależy od zawartości zbiorów współrzędnych punktów nawiazania. W przypadku wyrównania pseudo-swobodnego zadajemy tylko minimalną liczbę elementów nawiazania tak, aby ewentualne elementy nadwymiarowe nie wpływały na wyrównanie wewnętrzne sieci. Mogą to być na przykład następujące alternatywne warianty danych:

- a) **XYZ.ref** (z jednym punktem)
- b) **BLH.ref** (z jednym punktem)
- c) **BL.ref** (z jednym punktem) + **H.ref** (z jednym punktem)

Wyrównanie swobodne (pseudo-swobodne) ma charakter kontrolny ale może być już przedmiotem transformacji do układu kartograficznego (jeśli dane są punkty dostosowania w takim układzie a brak takich punktów w układzie globalnym). Jeśli dane są nadwymiarowe elementy nawiązania w układzie globalnym (elipsoidalnym) dokonujemy wyrównania nawiązanego – zadanie A22 (używamy tego samego programu, uzupełniając jedynie zbiory punktów nawiązania o dodatkowe elementy). W opisywanym zadaniu wyrównania sieci następuje przetwarzanie zbiorów:



Przeliczenie współrzędnych kartezjańskich na geograficzne – geodezyjne następuje opcjonalnie po wykonaniu wyrównania sieci.

ZADANIE A3:

Transformacja sieci GPS do układu kartograficznego.

Współrzędne wynikowe **XYZ.grs** lub **BLH.grs** przeliczamy na płaszczyznę danego układu kartograficznego, np „1965”, „2000”, „1992” stosując programy **GEONET_unitrans**. Jeśli jest to układ „2000” lub „1992” to otrzymane współrzędne są ostateczne. W przypadku układu „1965”, „1942” lub lokalnego dokonujemy jeszcze post-transformacyjnego wpasowania w układ punktów o danych współrzędnych katalogowych. Szczegóły w tym względzie są opisane dokładnie w Wytycznych Technicznych G-1.10. Odpowiedni program **TransXY** jest dostępny w menu GEONET.

ZADANIE A4:

Transformacja wysokości elipsoidalnych na wysokości normalne poprzez lokalną aproksymację geoidy w oparciu o punkty dostosowania lub przy wykorzystaniu numerycznego modelu geoidy niwelacyjnej.

W przypadku, gdy sieć GPS została wyrównana jedynie jako sieć swobodna (pseudo-swobodna) wówczas wyznaczone w zbiorze **BLH.grs** wysokości elipsoidalne są obarczone pewnym niewiadomym błędem przesunięcia (poprawnie wyznaczone będą tylko różnice tych wysokości). To nie przeszkadza jednak, aby – dysponując punktami dostosowania z wysokościami normalnymi - interpolować poprawne wysokości normalne dla wszystkich pozostałych punktów sieci (stały błąd przesunięcia wysokości elipsoidalnych zostanie wyeliminowany). W tym celu używamy programu **TRANS_H** występującego w menu GPS. W zależności od liczby dyspozycyjnych punktów dostosowania (niwelacyjnych), możemy wybrać następujące modele interpolacji:

- liniowy (płaszczyznowy) (minimum 3 punkty dostosowania),
- biliniowy (wałcowy) (minimum 4 punkty dostosowania),
- kwadratowy (minimum 6 punktów dostosowania).

Należy mieć na uwadze to, że minimalne (matematycznie) liczby punktów dostosowania nie wystarczają dla pełnej poprawności technicznej zadania i do oceny jego empirycznej dokładności. Ponadto wymagany jest pewien równomierny rozkład tych punktów w obszarze opracowania. Adekwatny stopień interpolacji zależy od wielkości obszaru i lokalnej szybkości zmian kształtu geoidy. Poza obszarami wyjątkowymi (m.in. Tatry) dla obiektów o rozpiętości do 5 km wystarczy na ogół założenie modelu liniowego, ponieważ w takim wymiarze lokalnym odchylenia geoidy od płaskości nie przekraczają w zasadzie poziomu błędów wyznaczeń wysokości.

Dokładniejsza charakterystyka lokalnych zmian kształtu geoidy w obszarze Polski wygląda następująco:

Przeciętne wartości zmian składowych odchyłeń pionu wynoszą:

$$\begin{aligned} |\Delta\xi|_{\text{sr}} &= 0.13'' && \text{lub } 0.6 \text{ mm/km, tj. ok. } 3 \text{ mm / 5km} \\ |\Delta\eta|_{\text{sr}} &= 0.11'' && \text{lub } 0.5 \text{ mm/km, tj. ok. } 2.5 \text{ mm/ 5km} \end{aligned}$$

zaś zmiany maksymalne (w obszarze Tatr):

$$\begin{aligned} |\Delta\xi|_{\text{max}} &= 4.9'' && \text{lub } 24 \text{ mm/km, tj. ok. } 120 \text{ mm/5km} \\ |\Delta\eta|_{\text{max}} &= 4.0'' && \text{lub } 19 \text{ mm/km, tj. ok. } 95 \text{ mm/5km} \end{aligned}$$

Przeciętnie, do rozpiętości 5 km możemy się więc spodziewać, że geoida odchyli się od płaskości o ok. 3 mm ale w obszarach wysokogórskich ta charakterystyka szybko się zmienia. Wymaga więc stosownie gęstszego zbioru punktów dostosowania.

Program **Trans_H** podaje pełną charakterystykę dokładności punktów transformowanych, na podstawie czego można również ocenić, czy przyjęty model lokalnej interpolacji jest poprawny.

Jeśli sieć GPS była wyrównana z pełnym i poprawnym technicznie (we wszystkich wymiarach) nawiązaniem, wówczas wysokości elipsoidalne zapisane w pliku BLH.grs mogą być podstawą do ich przeliczenia na wysokości normalne przy wykorzystaniu numerycznego modelu geoidy. Odpowiedni program do transformacji wysokości za pomocą geoidy jest osiągalny w menu GEOIDA. Tymczasowo (do czasu ustalenia modelu „urzędowego”) wykorzystuje się model numeryczny geoidy niwelacyjnej o nazwie GEOIDPOL-2001, powstały przez skalibrowanie geoidy grawimetrycznej (A. Łyszkowicza) na punktach sieci satelitarnej – niwelacyjnych, przy wykorzystaniu wielomianów algebraicznych 9 - stopnia.

Za pomocą programu GEOIDA można realizować również typowe zadanie **niwelacji satelitarnej**, w którym dokonuje się przeliczeń samych różnic wysokości elipsoidalnych na odpowiadające różnice wysokości normalnych. Zauważmy w związku z tym, że jeśli nawet wysokości elipsoidalne wyznaczone w sieci swobodnej, są obarczone stałym błędem, to różnice takich wysokości **dH** pozyskane bezpośrednio z przekształcenia oryginalnych wektorów GPS są poprawne. Po przekształceniu różnic wysokości elipsoidalnych na normalne stosujemy już standardowy program wyrównania sieci niwelacyjnej. Punktami nawiązania są repery o znanych wysokościach normalnych.

METODA B - Wyrównanie sieci GPS w układzie dwu – i jednowymiarowym (jako płasko-wysokościowej).

Metoda może być zastosowana zarówno do sieci zbudowanej wyłącznie z wektorów GPS, jak też do sieci zintegrowanej z różnych rodzajów obserwacji. Zaletą metody jest to, że poprzez rzutowanie wektorów GPS na elipsoidę eliminuje ewentualne błędy danych wysokościowych (wysokości anten, wysokości nawiązania). Z tego względu metoda ma znaczenie kontrolne w stosunku do metody trójwymiarowej. Eliminacja wymiaru wysokościowego wpływa jednak na obniżenie poziomu niezawodności (nadwymiarowości całego układu) dlatego w przypadku sieci złożonej z samych wektorów GPS wyrównanie trójwymiarowe należy uznać za metodę podstawową.

Etap przygotowania danych oraz etapy końcowe związane z transformacjami współrzędnych i wysokości do żądanych układów będą identyczne jak w metodzie poprzedniej (A). Zmianie ulega jedynie sposób wyrównania sieci – sprowadzonej teraz do przestrzeni dwuwymiarowej. Nie zapominając o wysokościach nadmienimy jedynie, że problem sprowadza się do rozwiązania zadania niwelacji satelitarnej, o której już było wcześniej.

Przy rzutowaniu wektorów na elipsoidę i tworzeniu pseudo-obszary odpowiedni program w module GPS realizuje następujące operacje elementarne:

- rzutowanie normalne punktu początkowego i końcowego wektora GPS (DX,DY,DZ),
- łączenie rzutów linią geodezyjną i utworzenie wektora (s, A), gdzie s – długość linii, A – azymut początkowy, wraz z parametrami dokładnościowymi wynikającymi z macierzy kowariancyjnej wektora GPS,.
- identyfikacja wiązek wektorów dla poszczególnych stacji i wyznaczenie pseudo-obszary kierunkowych z miar azymutów.

W rezultacie obliczeń powstają zbiory pseudo-observacji o nazwach:

- dlugosci.gps** (wykaz długości linii geodezyjnych, otrzymanych z połączenia na elipsoidzie rzutów punktów końcowych wektora GPS, wraz z błędami średnimi wyznaczonymi na podstawie macierzy kowariancyjnych wektorów GPS),
- azymuty.gps** (wykaz azymutów geodezyjnych wszystkich wektorów GPS wraz z błędami średnimi – zgodnie formatem standardowego zbioru **azymuty**),
- kierunki.gps** (wykaz pseudoobservacji kierunkowych otrzymanych z różnic azymutów - odpowiednio do standardów GEONET, stanowiska mają cechę 11, co oznacza, że dla każdego kierunku przyporządkowano odrębną wartość błędu średniego, zależnie od długości linii)

Łączne wyrównanie pseudo-observacji (powstałych z wektorów GPS) i obserwacji klasycznych może być przeprowadzone zarówno na elipsoidzie (z wyznaczeniem współrzędnych B, L dla wszystkich punktów) lub w określonym układzie odwzorowawczym, np. „1965”, „1942”, „2000”, „1992”, UTM.

Wiele testów wykonanych na sieciach szczegółowych II i III klasy potwierdza, że dla tych samych danych wejściowych, jeśli składowe wysokości nie są obciążone błędem grubym (np. w pomiarze wysokości anteny lub w wysokości punktu nawiązania), metody A i B prowadzą do rozwiązań identycznych na poziomie błędu zaokrąglenia.

Przykład protokołu z wyrównania pseudo- swobodnego sieci GPS:

```

-----
WYRÓWNANIE SIECI WEKTOROWEJ GPS                               system <GEONET> v. w/2001
c) 2001, ALGORES_SOFT s.c. Rzeszów                             WWW.geonet.net.pl
-----
OBIEKT: C:\GEONETW\Obiekty\TEST_GPS
ELIPSOIDA GRS-80 - UKŁAD KARTEZJAŃSKI GEOCENTRYCZNY XYZ
CHARAKTERYSTYKA ZBIORÓW DANYCH:
Liczba wektorów = 13
Błąd średni centrowania anteny w poziomie = 0.0050m
Błąd średni pomiaru wysokości anteny = 0.0050m
Liczba wszystkich wektorów M = 13
Liczba zidentyfikowanych punktów sieci LP = 7
Liczba punktów nawiązania (referencyjnych) LS = 1
w tym: liczba (X,Y,Z) lub (B,L,H)- punktów LS3 = 1
        liczba (B,L) - punktów LS2 = 0
        liczba (H) - punktów LS1 = 0
Liczba elementów nadwymiarowych układu LU = 21
** PUNKT 1074 BEZ KONTROLI LUB ODOSOBNIONY
-----
MAPA WZAJEMNYCH POWIĄZAŃ PUNKTÓW SIECI
Nr P-tu  Ile powiązań  Punkty incydentne
1053      2      1063      5204
1063      5      1053      5101      5205      1073      5204
5101      4      1063      1073      5205      5204
5205      4      1063      1073      5101      5204
1073      5      1063      1074      5101      5205      5204
1074      1      1073
5204      5      1053      1063      1073      5101      5205
-----
LICZBA REZERWOWANYCH ELEMENTÓW URN. = 177
Kontrola zbieżności procesu iteracyjnego
Iteracja = 1
Średniokwadratowy przyrost niewiadomej 18999.704965 m
[pVV] = 2.773477 Mo (bez miana) = 0.363415
-----
Iteracja = 2
Średniokwadratowy przyrost niewiadomej 0.000000 m
[pVV] = 2.773474 Mo (bez miana) = 0.363415
-----
Iteracja = 3
Średniokwadratowy przyrost niewiadomej 0.000000 m
[pVV] = 2.773474 Mo (bez miana) = 0.363415
-----

```

WSPÓŁRZĘDNE WYRÓWNANE - BŁĘDY ŚREDNIE

NRP	X	Y	Z	mX	mY	mZ	P. REFER.
1053	3583443.2314	1038587.5935	5155792.1568	0.0041	0.0026	0.0050	
1063	3585034.8898	1036636.0476	5155089.2146	0.0036	0.0021	0.0047	
5101	3604048.4279	1009724.0514	5147268.4049	0.0000	0.0000	0.0000	3D
5205	3601035.6386	1051559.1302	5141071.8105	0.0038	0.0022	0.0050	
1073	3586583.9787	1034685.8566	5154402.4605	0.0041	0.0023	0.0053	
1074	3586861.3899	1034511.3030	5154245.9574	0.0061	0.0038	0.0087	
5204	3584622.4324	1040330.8576	5154631.8687	0.0035	0.0021	0.0047	

OBSERWACJE WYRÓWNANE

PLAN WEKTORÓW		OBSERWACJE		POPRAWKI		OBS. WYRÓWNANE	
I	J	dX	mdX	vX	mvX	DX	MDX
		dY	mdY	vY	mvY	DY	MDY
		dZ	mdZ	vZ	mvZ	DZ	MDZ
				vR	mvR	D	MD
-----geonet w/2001-----							
1063	1053	-1591.6609	0.0030	0.0025	0.0018	-1591.6584	0.0025
		1951.5457	0.0023	0.0002	0.0014	1951.5459	0.0018
		702.9424	0.0028	-0.0003	0.0016	702.9421	0.0023
				0.0025	0.0027	2614.5814	0.0038
1063	5101	19013.5434	0.0062	-0.0053	0.0051	19013.5381	0.0036
		-26911.9958	0.0037	-0.0004	0.0031	-26911.9962	0.0021
		-7820.8127	0.0087	0.0030	0.0073	-7820.8097	0.0047
				0.0061	0.0094	33866.4323	0.0063
1063	5205	16000.7514	0.0060	-0.0026	0.0050	16000.7488	0.0033
		14923.0836	0.0036	-0.0010	0.0030	14923.0826	0.0020
		-14017.3957	0.0069	-0.0084	0.0057	-14017.4041	0.0039
				0.0089	0.0081	25984.8028	0.0055
1073	1063	-1549.0822	0.0056	-0.0067	0.0045	-1549.0889	0.0033
		1950.1914	0.0031	-0.0004	0.0024	1950.1910	0.0020
		686.7639	0.0065	-0.0098	0.0052	686.7541	0.0040
				0.0119	0.0073	2583.5155	0.0055
1074	1073	-277.4112	0.0045	0.0000	0.0000	-277.4112	0.0045
		174.5536	0.0031	0.0000	0.0000	174.5536	0.0031
		156.5031	0.0069	-0.0000	0.0000	156.5031	0.0069
				0.0000	0.0000	363.2068	0.0088
1073	5101	17464.4371	0.0087	0.0121	0.0077	17464.4492	0.0041
		-24961.8117	0.0043	0.0065	0.0036	-24961.8052	0.0023
		-7134.0616	0.0105	0.0060	0.0090	-7134.0556	0.0053
				0.0150	0.0124	31288.8711	0.0071
1073	5205	14451.6535	0.0064	0.0064	0.0052	14451.6599	0.0038
		16873.2749	0.0035	-0.0013	0.0027	16873.2736	0.0021
		-13330.6691	0.0079	0.0190	0.0064	-13330.6501	0.0046
				0.0201	0.0087	25908.7643	0.0063
5101	5205	-3012.7875	0.0056	-0.0018	0.0041	-3012.7893	0.0038
		41835.0760	0.0035	0.0028	0.0026	41835.0788	0.0022
		-6196.5998	0.0078	0.0054	0.0060	-6196.5944	0.0050
				0.0063	0.0078	42398.6851	0.0066
5204	1053	-1179.1977	0.0035	-0.0033	0.0024	-1179.2010	0.0026
		-1743.2638	0.0024	-0.0002	0.0015	-1743.2640	0.0018
		1160.2880	0.0032	0.0001	0.0021	1160.2881	0.0025
				0.0033	0.0035	2403.2796	0.0040
1063	5204	-412.4558	0.0027	-0.0017	0.0017	-412.4575	0.0021
		3694.8098	0.0023	0.0001	0.0017	3694.8099	0.0015
		-457.3457	0.0029	-0.0002	0.0019	-457.3459	0.0022
				0.0017	0.0031	3745.7852	0.0034
1073	5204	-1961.5444	0.0049	-0.0019	0.0036	-1961.5463	0.0033
		5645.0025	0.0029	-0.0016	0.0022	5645.0009	0.0019
		229.4126	0.0060	-0.0045	0.0046	229.4081	0.0039
				0.0051	0.0063	5980.4956	0.0054
5101	5204	-19425.9979	0.0059	0.0024	0.0048	-19425.9955	0.0035
		30606.8057	0.0036	0.0005	0.0029	30606.8062	0.0021
		7363.4638	0.0084	-0.0000	0.0070	7363.4638	0.0047
				0.0024	0.0089	36991.4380	0.0062
5205	5204	-16413.2056	0.0051	-0.0007	0.0040	-16413.2063	0.0032
		-11228.2742	0.0032	0.0016	0.0026	-11228.2726	0.0020

13560.0510 0.0061 0.0072 0.0047 13560.0582 0.0039
 0.0074 0.0066 24069.5373 0.0054

 OBJAŚNIENIA:

dX,dY,dZ - wektor obserwacji
 mX,mY,mZ - błędy średnie obserwacji * Mo a - posteriori
 vX,vY,vZ, vR - wektor poprawek i odchyłka wypadkowa
 mvX,mvY,mvZ, mvR - odpowiadające estymaty błędów średnich
 DX,DY,DZ, D - wektor wyrównany i jego długość (cięciwa)
 MDX,MDY,MDZ,MD - odpowiadające estymaty błędów średnich
 Przekroczenie $|v|/mv > 3$ sygnalizowane *

Kontrolna wartość błędu średniego jednostkowego Mo = 0.3634

CHARAKTERYSTYCZNE ODCHYLEŃKI WYPADKOWE:

vR(przec.) = 0.0070 vR(max.) = 0.0201 1073 5205

----- geonet_w -----

.....
 ZMIANA BŁĘDNOŚCI WEKTORÓW I OBLICZENIA POWTÓRNE

Kontrola zbieżności procesu iteracyjnego

Iteracja = 1

Średniokwadratowy przyrost niewiadomej 0.000000 m
 [pVV] = 21.000000 Mo (bez miana) = 1.000000

 Iteracja = 2

Średniokwadratowy przyrost niewiadomej 0.000000 m
 [pVV] = 21.000000 Mo (bez miana) = 1.000000

 Iteracja = 3

Średniokwadratowy przyrost niewiadomej 0.000000 m
 [pVV] = 21.000000 Mo (bez miana) = 1.000000

 WSPÓŁRZĘDNE WYRÓWNANE - BŁĘDY ŚREDNIE

NRP	X	Y	Z	mX	mY	mZ	P. REFER.
1053	3583443.2314	1038587.5935	5155792.1568	0.0041	0.0026	0.0050	
1063	3585034.8898	1036636.0476	5155089.2146	0.0036	0.0021	0.0047	
5101	3604048.4279	1009724.0514	5147268.4049	0.0000	0.0000	0.0000	3D
5205	3601035.6386	1051559.1302	5141071.8105	0.0038	0.0022	0.0050	
1073	3586583.9787	1034685.8566	5154402.4605	0.0041	0.0023	0.0053	
1074	3586861.3899	1034511.3030	5154245.9574	0.0061	0.0038	0.0087	
5204	3584622.4324	1040330.8576	5154631.8687	0.0035	0.0021	0.0047	

OBSERWACJE WYRÓWNANE

PLAN WEKTORÓW		OBSERWACJE		POPRAWKI		OBS. WYRÓWNANE	
I	J	dX	mdX	vX	mvX	DX	MDX
		dY	mdY	vY	mvY	DY	MDY
		dZ	mdZ	vZ	mvZ	DZ	MDZ
				vR	mvR	D	MD
1063	1053	-1591.6609	0.0030	0.0025	0.0018	-1591.6584	0.0025
		1951.5457	0.0023	0.0002	0.0014	1951.5459	0.0018
		702.9424	0.0028	-0.0003	0.0016	702.9421	0.0023
				0.0025	0.0027	2614.5814	0.0038
1063	5101	19013.5434	0.0062	-0.0053	0.0051	19013.5381	0.0036
		-26911.9958	0.0037	-0.0004	0.0031	-26911.9962	0.0021
		-7820.8127	0.0087	0.0030	0.0073	-7820.8097	0.0047
				0.0061	0.0094	33866.4323	0.0063
1063	5205	16000.7514	0.0060	-0.0026	0.0050	16000.7488	0.0033
		14923.0836	0.0036	-0.0010	0.0030	14923.0826	0.0020
		-14017.3957	0.0069	-0.0084	0.0057	-14017.4041	0.0039
				0.0089	0.0081	25984.8028	0.0055
1073	1063	-1549.0822	0.0056	-0.0067	0.0045	-1549.0889	0.0033
		1950.1914	0.0031	-0.0004	0.0024	1950.1910	0.0020
		686.7639	0.0065	-0.0098	0.0052	686.7541	0.0040
				0.0119	0.0073	2583.5155	0.0055
1074	1073	-277.4112	0.0045	0.0000	0.0000	-277.4112	0.0045
		174.5536	0.0031	0.0000	0.0000	174.5536	0.0031
		156.5031	0.0069	-0.0000	0.0000	156.5031	0.0069
				0.0000	0.0001	363.2068	0.0088
1073	5101	17464.4371	0.0087	0.0121	0.0077	17464.4492	0.0041
		-24961.8117	0.0043	0.0065	0.0036	-24961.8052	0.0023
		-7134.0616	0.0105	0.0060	0.0090	-7134.0556	0.0053
				0.0150	0.0124	31288.8711	0.0071
1073	5205	14451.6535	0.0064	0.0064	0.0052	14451.6599	0.0038
		16873.2749	0.0035	-0.0013	0.0027	16873.2736	0.0021
		-13330.6691	0.0079	0.0190	0.0064	-13330.6501	0.0046

				0.0201	0.0087	25908.7643	0.0063
5101	5205	-3012.7875	0.0056	-0.0018	0.0041	-3012.7893	0.0038
		41835.0760	0.0035	0.0028	0.0026	41835.0788	0.0022
		-6196.5998	0.0078	0.0054	0.0060	-6196.5944	0.0050
				0.0063	0.0078	42398.6851	0.0066
5204	1053	-1179.1977	0.0035	-0.0033	0.0024	-1179.2010	0.0026
		-1743.2638	0.0024	-0.0002	0.0015	-1743.2640	0.0018
		1160.2880	0.0032	0.0001	0.0021	1160.2881	0.0025
				0.0033	0.0035	2403.2796	0.0040
1063	5204	-412.4558	0.0027	-0.0017	0.0017	-412.4575	0.0021
		3694.8098	0.0023	0.0001	0.0017	3694.8099	0.0015
		-457.3457	0.0029	-0.0002	0.0019	-457.3459	0.0022
				0.0017	0.0031	3745.7852	0.0034
1073	5204	-1961.5444	0.0049	-0.0019	0.0036	-1961.5463	0.0033
		5645.0025	0.0029	-0.0016	0.0022	5645.0009	0.0019
		229.4126	0.0060	-0.0045	0.0046	229.4081	0.0039
				0.0051	0.0063	5980.4956	0.0054
5101	5204	-19425.9979	0.0059	0.0024	0.0048	-19425.9955	0.0035
		30606.8057	0.0036	0.0005	0.0029	30606.8062	0.0021
		7363.4638	0.0084	-0.0000	0.0070	7363.4638	0.0047
				0.0024	0.0089	36991.4380	0.0062
5205	5204	-16413.2056	0.0051	-0.0007	0.0040	-16413.2063	0.0032
		-11228.2742	0.0032	0.0016	0.0026	-11228.2726	0.0020
		13560.0510	0.0061	0.0072	0.0047	13560.0582	0.0039
				0.0074	0.0066	24069.5373	0.0054

OBJAŚNIENIA:

dX,dY,dZ - wektor obserwacji

mX,mY,mZ - błędy średnie obserwacji * Mo a - posteriori

vX,vY,vZ, vR - wektor poprawek i odchyłka wypadkowa

mvX,mvY,mvZ, mvR - odpowiadające estymaty błędów średnich

DX,DY,DZ, D - wektor wyrównany i jego długość (cięciwa)

MDX,MDY,MDZ,MD - odpowiadające estymaty błędów średnich

Przekroczenie $|v|/mv > 3$ sygnalizowane *

Kontrolna wartość błędu średniego jednostkowego Mo = 1.0000

CHARAKTERYSTYCZNE ODCHYLEŃKI WYPADKOWE:

vR(przec.) = 0.0070 vR(max.) = 0.0201 1073 5205

----- geonet_w-----